



Concours EAMAC  
2022

Cycles : INGENIEUR et  
EXPLOITATION EN  
AERONAUTIQUE CIVILE

## Epreuve de : Mathématiques

Durée : 04 heures

### Exercice 1 : (5 points)

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

1. Déterminer le polynôme caractéristique  $P(X)$  de  $A$ .
2. Calculer  $P(-1)$ ,  $P(0)$ ,  $P(1)$ ,  $P(2)$  et  $P(3)$ .
3. En déduire si  $A$  est diagonalisable.
4. On note  $t_n = \text{tr}(A^n)$  où  $\text{tr}$  désigne la trace. Exprimer  $t_n$  en fonction de  $t_{n-1}$ ,  $t_{n-2}$ ,  $t_{n-3}$ .
5. Déterminer le rayon de convergence de la série  $\sum_{n=0}^{+\infty} t_n z^n$  et calculer sa somme.

### Exercice 2 : (5 points)

Soit  $z$  le nombre complexe défini par :

$$z = \frac{1}{2}(\sin \theta + i(1 - \cos \theta)) \text{ où } \theta \text{ est un réel de } [-\pi, \pi]$$

1. Déterminer, en fonction de  $\theta$ , le module et un argument de  $z$ .
2. Déterminer, en fonction de  $\theta$ , le module et un argument de  $-i$ .
3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct, on considère le point  $M$  d'affixe  $z - i$ .

Déterminer la nature géométrique de l'ensemble décrit par le point  $M$  lorsque  $\theta$  varie dans l'intervalle]  $0, \pi$  [.

### Exercice 3 : (5 points)

Soit  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$

1. Montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ .
2. Calculer  $I_n + I_{n+1}$ .
3. Déterminer  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k} \right)$

### Exercice 4 : (5 points)

Soit  $f(x, y) = 7xy + 4(x^3 - y^3) + x - y$

1. Etudier les extrema locaux de  $f$
2. Quelle est l'image par  $f$  de  $\mathbb{R}^2$  ?